

آزمون کوئیز فیزیک ۲ (۲۲ اسفند ۱۴۰۱)

دانشکده‌ی فیزیک - دانشگاه صنعتی اصفهان

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:	شماره‌ی دانشجویی:
محل امتحان:	شماره‌ی صندلی:

نمره	سوال	متن سوال
	۱ (۶ نمره)	• امتحان شامل ۴ برگه و سه سوال است.
	۲ (۷ نمره)	• برگه‌ها نباید از هم جدا شوند
	۳ (۸ نمره)	• لطفاً از مراقبتان به هیچ عنوان سؤال نپرسید
		• پس از حل هر مسأله پیش نویس‌های مربوطه را خط بزنید
		• استفاده از ماشین حساب، تلفن همراه، کاغذ اضافی و قلم قرمز مجاز نیست.
	جمع	اطلاعات مفید: $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9$ و $q_e = 1.6 \times 10^{-19} C$ (برالکترون)

(پیش نویس):

سؤال ۱) مطابق شکل گوی نارسانای کوچک به جرم m و بار q را با استفاده از نخ نارسانایی بصورت قائم آویزان کرده ایم.

یک حلقه ی نارسانای باردار به شعاع R و بار Q در نزدیکی گوی طوری قرار گرفته که راستای محور آن از نقطه تعادل گوی

میگذرد. فاصله مرکز حلقه تا نقطه تعادل گوی Z و زاویه نخ نارسانا

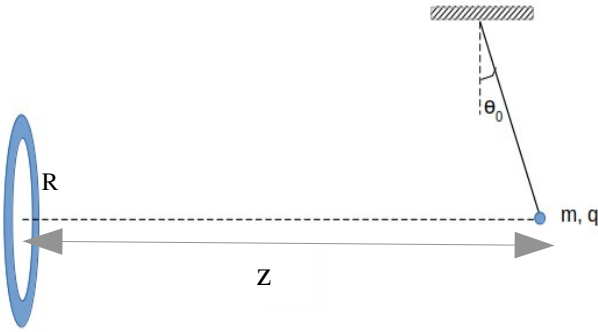
با راستای قائم θ_0 است.

الف) میدان الکتریکی حاصل از حلقه را در فاصله Z روی محور

حلقه بدست آورید.

ب) اگر $Z = 10R$ باشد، مقدار بار Q را بر حسب m , q , R و θ_0

حساب کنید. (فرض کنید $\sqrt{101} \approx 10$)



الف)

$E_y = 0$ (نیمه)

$\cos \theta = \frac{Z}{r}$

$E_x = \int dE_x = \int dE \cos \theta$ (نیمه)

$dE = k \frac{dq}{r^2}$ (نیمه)

$E_x = \int \frac{k \frac{dq}{r^2} \cdot Z}{r} = \frac{kZ}{r^3} \int dq$

$E = E_x = \frac{kZQ}{(Z^2 + R^2)^{3/2}}$ (نیمه)

ب)

نیروس الکتریکی را در بار q : $\vec{F} = q\vec{E} = \frac{kZqQ}{(Z^2 + R^2)^{3/2}} \hat{x}$ (نیمه)

در حالت تعادل:

$T \cos \theta_0 = mg$ (نیمه)

$T \sin \theta_0 = F$ (نیمه)

$\tan \theta_0 = \frac{F}{mg} = \frac{kZqQ}{(Z^2 + R^2)^{3/2}} \frac{1}{mg}$

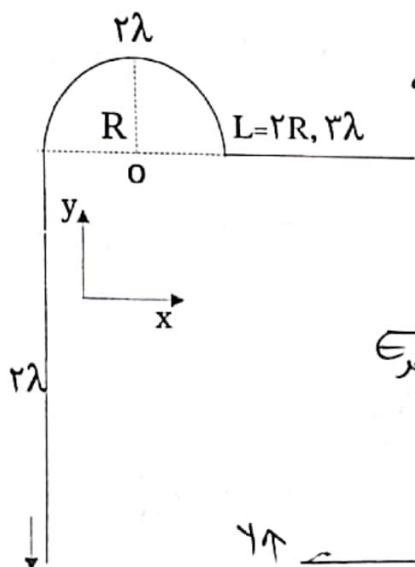
$Q = \frac{(Z^2 + R^2)^{3/2} mg \tan \theta_0}{kZq}$ (نیمه)

$Q = \frac{(101R^2)^{3/2} mg \tan \theta_0}{kq(10R)} \Rightarrow Q = \frac{101\sqrt{101}R}{kq10R} mg \tan \theta_0$ $Z = 10R$ $\sqrt{101} \approx 10$

$Q = \frac{101R^2}{kq} mg \tan \theta_0$ (نیمه)

- سؤال ۲) شکل زیر از سه خط بار تشکیل شده است: یک خط افقی بار با طول محدود $2R$ و چگالی بار خطی 2λ ، یک نیم دایره با شعاع R و یک خط عمودی بار با طول نیمه بی نهایت هر دو با چگالی بار 2λ .
- الف) میدان الکتریکی خط بار با طول محدود را در نقطه O ، بر حسب بردارهای یکه i و j به دست آورید.
- ب) میدان الکتریکی خط بار نیمه بی نهایت را در نقطه O ، بر حسب بردارهای یکه i و j به دست آورید.
- ج) میدان الکتریکی نیم دایره را در نقطه O ، بر حسب بردارهای یکه i و j به دست آورید.
- د) اگر یک الکترون را در نقطه O بگذاریم، بردار نیروی الکتریکی وارد بر آن را بر حسب بردارهای یکه i و j بنویسید.

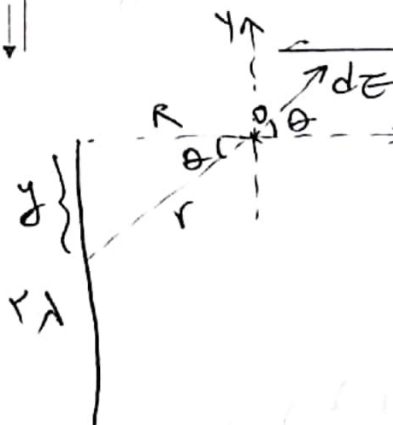
الف ۱)



$$d\epsilon = k \frac{dq}{x^2} \rightarrow E_x = \int d\epsilon = \int k \frac{dq}{x^2}, \quad dq = \lambda dx$$

$$E_x = \int_{-R}^{+R} k \frac{\lambda dx}{x^2} = k\lambda \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_{-R}^{+R} = k\lambda \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right)$$

$$= \frac{k\lambda 2}{R} = \frac{2k\lambda}{R} \rightarrow \vec{E} = \frac{2k\lambda}{R} (-\hat{i})$$



$$E_x = \int d\epsilon_x = \int d\epsilon \cos\theta = \int \frac{k dq}{r^2} \cos\theta$$

$$dq = \lambda dy$$

$$\cos\theta = \frac{R}{r} \rightarrow r = \frac{R}{\cos\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{R} \rightarrow y = R \tan\theta \rightarrow dy = \frac{R d\theta}{\cos^2\theta}$$

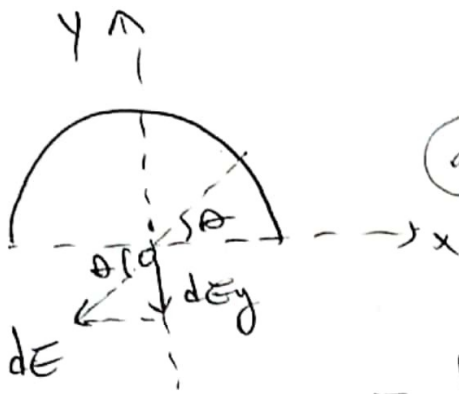
$$\Rightarrow E_x = k \int \frac{\lambda dy}{r^2} \cos\theta = k\lambda \int \frac{R d\theta}{\cos^2\theta} \cos\theta$$

$$= \frac{k\lambda}{R} \int_0^{\pi/2} \cos\theta d\theta = \frac{k\lambda}{R} (\sin\theta) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{k\lambda}{R}$$

$$E_y = \int d\epsilon_y = \int d\epsilon \sin\theta = \int \frac{k \lambda dy}{r^2} \sin\theta = k\lambda \int \frac{R d\theta}{\cos^2\theta} \sin\theta$$

$$= \frac{k\lambda}{R} \int_0^{\pi/2} \sin\theta d\theta = \frac{k\lambda}{R} (-\cos\theta) \Big|_0^{\pi/2} = \frac{k\lambda}{R}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_x = \frac{2k\lambda}{R} \hat{i}, \quad \vec{E}_y = \frac{2k\lambda}{R} \hat{j}$$



$$\frac{k dq}{r^2} = dE$$

(10) $E_x = 0$: $\cancel{E_x}$

$E_y = \int dE_y = \int dE \sin \theta$ (10)

$= \int \frac{k dq}{r^2} \sin \theta$ (10) $dq = \lambda dl$
 $= \lambda R d\theta$

$$\frac{1}{r} \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta$$

$= k \int \frac{\lambda R d\theta}{R^2} \sin \theta = \frac{k \lambda}{R} \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta$ (10)

$= \frac{k \lambda}{R} (-\cos \theta) \Big|_0^{\pi} = \frac{k \lambda}{R} (-1 - 1) = -\frac{2k \lambda}{R}$ (10)

این دو در جهت \hat{j}

$E_x = \frac{2k \lambda}{R} (-\hat{i}) + \frac{2k \lambda}{R} (\hat{i}) = 0$ (10)

$E_y = \frac{2k \lambda}{R} \hat{j} + \frac{2k \lambda}{R} (-\hat{j}) = -\frac{2k \lambda}{R} \hat{j}$ (10)

$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \rightarrow \vec{F} = (-e) \vec{E}$ (10)

$= (-e) \left(-\frac{2k \lambda}{R} \right) \hat{j}$

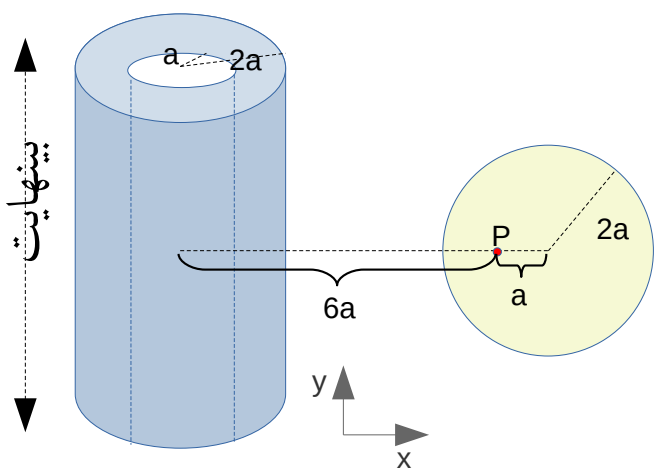
$= \frac{2k \lambda e}{R} \hat{j}$ (10)

سؤال ۳) پوسته استوانه‌ای بی‌نهایت نارسانا به شعاع داخلی a و شعاع خارجی $2a$ دارای چگالی بار حجمی مثبت ρ است. مقابل پوسته استوانه‌ای مطابق شکل، کره توپر نارسانایی به شعاع $R=2a$ قرار گرفته است. فاصله مرکز کره تا محور استوانه $7a$ است. بار $Q = -\lambda \pi \rho a^3$ بطور یکنواخت در حجم کره پخش شده است. فاصله نقطه P در شکل از محور استوانه برابر با $6a$ است.

الف) میدان الکتریکی حاصل از پوسته استوانه‌ای در نقطه P بر حسب بردارهای یکه چقدر است؟

ب) میدان الکتریکی حاصل از کره توپر در نقطه P و میدان الکتریکی برآیند (پوسته استوانه‌ای و کره توپر) را در این نقطه بر حسب بردارهای یکه بدست آورید.

ج) کره توپر نارسانا را با کره‌ای رسانا و توپر با بار Q جایگزین می‌کنیم. میدان برآیند در نقطه P بر حسب بردارهای یکه چقدر می‌شود؟



میدان حاصل از پوسته:

پوسته را به صورت دو استوانه فرض کنیم، یکی به شعاع a و بار $-\rho$ ، دیگری به شعاع $2a$ و بار ρ . برای هر استوانه در دو سمت داریم که هر دو متوجه است.

روش اول: قانون گاوس:

$$\epsilon_0 \phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{enc}$$

میدان شعاعی است:

$$\phi' = \phi_{\text{گامه پایین}} + \phi_{\text{گامه پایین}} + \phi_{\text{جانبی}}$$

بردار سطح عمود بر میدان است:

$$\phi_{\text{گامه بالا}} = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

با استدلال شبیه:

$$\phi_{\text{گامه پایین}} = 0$$

زاد میدان در بردار سطح صفر:

$$\phi_{\text{جانبی}} = \int_{\text{جانبی}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{\text{جانبی}} E(4a) dA = E(4a) \int_{\text{جانبی}} dA = 12 \pi a L E(4a)$$

①

10

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 a} (\overbrace{\pi a^2 \rho - \pi a^2 \rho}) = \frac{\rho a}{\epsilon \epsilon_0} \hat{z}$$

$q = 3\pi a^2 \rho$ 1/5

(ب) میدان حاصل از آن به صورت
رشته‌ای از بارهاست:



$$q = \rho \pi a^2$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 E(a) \oint \frac{dA}{\epsilon \pi a^2} = \epsilon \pi \epsilon_0 a^2 E(a)$$

$$q_{enc} = \cancel{\epsilon \pi a^2 \rho} - \frac{\cancel{\pi \rho a^2} \times a^2}{\cancel{\pi a^2}} \Rightarrow \cancel{\epsilon \epsilon_0} E(a) = \cancel{\pi \rho a^2}$$

$$E(a) = \frac{\rho a}{\epsilon \epsilon_0} (+\hat{z})$$

رجهت 1/5

$$E(a) = \frac{1}{\epsilon \pi \epsilon_0} \frac{q_1 \times a}{(2a)^2}$$

$$= \frac{1}{\epsilon \pi \epsilon_0} \frac{\cancel{\pi \rho a^2} \times a}{\cancel{\pi a^2}} = \frac{\rho a}{\epsilon \epsilon_0}$$

مشتق دوم : میدان
در جهت مثبت z
همان باشد است.

$$E + E_1 = \frac{\rho a}{\epsilon \epsilon_0} + \frac{\rho a}{\epsilon \epsilon_0} = \frac{\rho a}{\epsilon \epsilon_0} \hat{z}$$

1/5

(ج) میدان در داخل سازه است.